**Aufgabensets – Anleitung**

Jedes Aufgabenset bietet Ihnen eine kleine Auswahl an Aufgaben mit ansteigendem Schwierigkeitsgrad.

**Aufgabenset 1:** Wählen Sie mindestens 4 der folgenden Aufgaben aus und lösen Sie diese (auf einem separaten Blatt). Die Aufgaben müssen nicht chronologisch abgearbeitet werden.

**Aufgabenset 2:** Wählen Sie mindestens 2 der folgenden Aufgaben aus und lösen Sie diese (auf einem separaten Blatt). Die Aufgaben müssen nicht chronologisch abgearbeitet werden.

**Aufgabenset 1 – reduzierte Bäume**

**Aufgabe 1**

Es wird mit einem Würfel dreimal nacheinander gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. dreimal die Sechs erscheint?
2. dreimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. drei unterschiedliche Zahlen erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit drei Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

**Aufgabe 2**

Es wird mit einem Würfel viermal nacheinander gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. viermal die Sechs erscheint?
2. viermal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. vier unterschiedliche Zahlen erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit vier Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

**Aufgabe 3**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel und dann mit dem Oktaeder (Zahlen 1 – 8) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. zweimal die Sechs erscheint?
2. zweimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. zwei Zahlen mit der Differenz von 2 erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit beiden Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

**Aufgabe 4:**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel und dann mit dem Dekaeder (Zahlen 0 bis 9) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. zweimal die Sechs erscheint?
2. zweimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. zwei Zahlen mit der Differenz von 2 erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit beiden Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

**Aufgabe 5**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel und dann mit dem Dodekaeder (Zahlen 1 – 12) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. zweimal die Sechs erscheint?
2. zweimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. zwei Zahlen mit der Differenz von 2 erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit den beiden Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

**Aufgabe 6**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel, dann noch einmal mit einem normalen Würfel und danach mit dem 20er-Würfel (Zahlen 1 – 20) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. dreimal die Sechs erscheint?
2. dreimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. drei unterschiedliche Zahlen erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit drei Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

**Aufgabenset 2 – reduzierte Bäume**

Zum Lösen ist prinzipiell alles erlaubt. Es ist allerdings überhaupt nichts dagegen einzuwenden, ein Baumdiagramm zu zeichnen – manchmal tut’s auch ein reduziertes ☺.

**Ein Skat-Kartenspiel**

besteht aus \_\_\_\_\_ Karten, darunter \_\_\_\_ Karten mit einer 7, \_\_\_\_ Karten mit einer 8, \_\_\_\_ Karten mit einer 9, \_\_\_\_\_ Karten mit einer 10, jeweils \_\_\_\_\_ Buben, Damen, Könige und Asse. – Zwischenfrage: Welche Bedeutung hat das Wort „jeweils“ im letzten Satz? –

Es gibt jeweils \_\_\_\_\_ Karten mit Herz, Karo, Kreuz und Pik.

**Aufgabe 1:**

Es wird aus dem gut gemischten Stapel jeweils eine Karte gezogen, angeschaut und dann wieder in den Stapel hineingemischt. D. h. jeder Zug startet mit \_\_\_\_\_ Karten.

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

A: Es wird eine 8 gezogen. [Schreibweise für die Rechnung P(A) = …]

B: Es wird ein Bube gezogen.

C: Es wird kein Ass gezogen.

D: Es wird ein Bild gezogen.

E: Es wird eine Karte mit einer Zahl kleiner als 9 gezogen.

F: Es wird eine schwarze Karte gezogen.

G: Es wird der Herzkönig gezogen.

**Aufgabe 2:**

Es wird aus dem gut gemischten Stapel eine Karte gezogen, diese offen ausgelegt, dann eine zweite Karte gezogen und diese auch offen ausgelegt. Dann werden beide Karten wieder unter den Stapel gemischt.  
Die erste Karte zieht man aus \_\_\_\_ Karten, die zweite aus \_\_\_\_ Karten.

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

H: Es werden zwei Herzkarten gezogen.

I: Es werden zwei 10er gezogen.

J: Es werden nur Bilder gezogen.

K: Es werden nur Zahlen gezogen und die Zahl der ersten Karte ist größer als die Zahl der zweiten Karte.

L: Es werden zwei gleiche Karten gezogen (zweimal eine 7 oder zweimal eine 8 …).

M: Eine der beiden Karten ist ein Ass und die andere Karte eine 7.

N: Im zweiten Zug wird eine Dame gezogen.

O: Es wird ein Pärchen gezogen (also eine Dame und eine Bube oder ein König).

**Aufgabe 3:**

1. Es werden nacheinander aus dem Stapel drei Karten gezogen und nebeneinander ausgelegt. Anschließend werden sie wieder unter den Stapel gemischt.  
   Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

P: Es werden drei Herzkarten gezogen.

Q: Es wird kein Ass gezogen.

R: Es wird genau ein König gezogen.

S: Es wird höchstens eine 7 gezogen.

T: Es werden genau zwei Bilder gezogen.

U: Es werden mindestens zwei 8er gezogen.

V: Es werden höchstens zwei Pikkarten gezogen.

1. Es werden nacheinander aus dem Stapel vier Karten gezogen und … (s. o.).  
   Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

W: Es werden vier Karokarten gezogen.

X: Es wird keine Dame gezogen.

Y: Es wird genau eine Kreuzkarte gezogen.

Z: Es werden mindestens drei Könige gezogen.

**Aufgabe 4:**

Überlege dir, was sich an den Berechnungen von Aufgabe 2 und 3 ändert, wenn man sich jede gezogene Karte anschaut, notiert und dann so­fort wieder in den Stapel mischt. Dann wird erst die zweite Karte gezogen, angeschaut, notiert und untergemischt und dann evtl. eine dritte und vierte.

**LÖSUNGEN**

**Aufgabenset 1 – reduzierte Bäume**

**Aufgabe 1**

Es wird mit einem Würfel dreimal nacheinander gewürfelt.

1. dreimal die Sechs erscheint?
2. dreimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. drei unterschiedliche Zahlen erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit drei Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

Gar nicht. Stochastisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob ein und derselbe Würfel n-mal nacheinander geworfen wird oder ob n Würfel vom selben Typ auf einmal geworfen werden.



**Aufgabe 2**

Es wird mit einem Würfel viermal nacheinander gewürfelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. viermal die Sechs erscheint?
2. viermal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. vier unterschiedliche Zahlen erscheinen?

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit vier Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

Gar nicht. Stochastisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob ein und derselbe Würfel n-mal nacheinander geworfen wird oder ob n Würfel vom selben Typ auf einmal geworfen werden.

**Aufgabe 3**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel und dann mit dem Oktaeder (Zahlen 1 – 8) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. zweimal die Sechs erscheint?
2. zweimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. zwei Zahlen mit der Differenz von 2 erscheinen?

(Begründung: 10 Möglichkeiten: 1 3,2 4, 3 5,4 6, 5 7,6 8, wobei bei den ersten vieren eine Vertauschung möglich ist.)

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit beiden Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

Gar nicht. Stochastisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob ein und derselbe Würfel n-mal nacheinander geworfen wird oder ob n Würfel vom selben Typ auf einmal geworfen werden.

**Aufgabe 4:**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel und dann mit dem Dekaeder (Zahlen 0 bis 9) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. zweimal die Sechs erscheint?
2. zweimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. zwei Zahlen mit der Differenz von 2 erscheinen?

(Begründung: 11 Möglichkeiten: 1 3,2 4, 3 5,4 6, 5 7,6 8,0 2 wobei bei den ersten vieren eine Vertauschung möglich ist.)

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit beiden Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

Gar nicht. Stochastisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob ein und derselbe Würfel n-mal nacheinander geworfen wird oder ob n Würfel vom selben Typ auf einmal geworfen werden.

**Aufgabe 5**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel und dann mit dem Dodekaeder (Zahlen 1 – 12) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. zweimal die Sechs erscheint?
2. zweimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. zwei Zahlen mit der Differenz von 2 erscheinen?

(Begründung: 10 Möglichkeiten: 1 3,2 4, 3 5,4 6, 5 7,6 8, wobei bei den ersten vieren eine Vertauschung möglich ist.)

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit den beiden Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

Nichts. Stochastisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob ein und derselbe Würfel n-mal nacheinander geworfen wird oder ob n Würfel vom selben Typ auf einmal geworfen werden.

**Aufgabe 6**

Es wird zuerst mit einem normalen Würfel, dann noch einmal mit einem normalen Würfel und danach mit dem 20er-Würfel (Zahlen 1 – 20) gewürfelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

1. dreimal die Sechs erscheint?
2. dreimal die gleiche Zahl erscheint?
3. die Vier genau einmal erscheint?
4. die Fünf gar nicht erscheint?
5. die Drei mindestens einmal erscheint?
6. genau zwei unterschiedliche Zahlen erscheinen?
7. drei unterschiedliche Zahlen erscheinen?

Kontrolle: P(g)+P(f)+P(b)=1

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn einmal mit drei Würfeln gleichzeitig gewürfelt wird?

Nichts. Stochastisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob ein und derselbe Würfel n-mal nacheinander geworfen wird oder ob n Würfel vom selben Typ auf einmal geworfen werden.

**Aufgabenset 2 – reduzierte Bäume**

**Lösungen**

Zum Lösen ist prinzipiell alles erlaubt. Es ist allerdings überhaupt nichts dagegen einzuwenden, ein Baumdiagramm zu zeichnen – manchmal tut’s auch ein reduziertes ☺.

**Ein Skat-Kartenspiel**

besteht aus **32** Karten, darunter **4** Karten mit einer 7, **4** Karten mit einer 8, **4** Karten mit einer 9, **4** Karten mit einer 10, jeweils **4** Buben, Damen, Könige und Asse. – Zwischenfrage: Welche Bedeutung hat das Wort „jeweils“ im letzten Satz? –

Es gibt jeweils **8** Karten mit Herz, Karo, Kreuz und Pik.

**Aufgabe 1:**

Es wird aus dem gut gemischten Stapel jeweils eine Karte gezogen, angeschaut und dann wieder in den Stapel hineingemischt. D. h. jeder Zug startet mit **32** Karten.

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

A: Es wird eine 8 gezogen. P(A) =

B: Es wird ein Bube gezogen. P(B) =

C: Es wird kein Ass gezogen. P(C) =

D: Es wird ein Bild gezogen. P(D) =

E: Es wird eine Karte mit einer Zahl kleiner als 9 gezogen. P(E) =

F: Es wird eine schwarze Karte gezogen. P(F) =

G: Es wird der Herzkönig gezogen. P(G) =

**Aufgabe 2:**

Es wird aus dem gut gemischten Stapel eine Karte gezogen, diese offen ausgelegt, dann eine zweite Karte gezogen und diese auch offen ausgelegt. Dann werden beiden Karten wieder unter den Stapel gemischt.  
Die erste Karte zieht man aus **32** Karten, die zweite aus **31** Karten.

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

H: Es werden zwei Herzkarten gezogen. P(H) =

I: Es werden zwei 10er gezogen. P(I) =

J: Es werden nur Bilder gezogen. P(J) =

K: Es werden nur Zahlen gezogen und die Zahl der ersten Karte ist größer als die Zahl der zweiten Karte. P(K) =

L: Es werden zwei gleiche Karten gezogen (zweimal eine 7 oder zweimal eine 8 …).

(P(L) =

M: Eine der beiden Karten ist ein Ass und die andere Karte eine 7.

P(M) =

N: Im zweiten Zug wird eine Dame gezogen. P(N) =

O: Es wird ein Pärchen gezogen (also eine Dame und ein Bube oder ein König).

P(O) =

**Aufgabe 3:**

1. Es werden nacheinander aus dem Stapel drei Karten gezogen und nebeneinander ausgelegt. Anschließend werden sie wieder unter den Stapel gemischt.  
   Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

P: Es werden drei Herzkarten gezogen. P(P) =

Q: Es wird kein Ass gezogen. P(Q) =

R: Es wird genau ein König gezogen. P(R) =

S: Es wird höchstens eine 7 gezogen. P(S) =

T: Es werden genau zwei Bilder gezogen. P(T) =

U: Es werden mindestens zwei 8er gezogen. P(U) =

V: Es werden höchstens zwei Pikkarten gezogen. P(V) =

1. Es werden nacheinander aus dem Stapel vier Karten gezogen und … (s. o.).  
   Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

W: Es werden vier Karokarten gezogen. P(W) =

X: Es wird keine Dame gezogen. P(X) =

Y: Es wird genau eine Kreuzkarte gezogen. P(Y) =

Z: Es werden mindestens drei Könige gezogen. P(Z) =

**Aufgabe 4:**

Überlege dir, was sich an den Berechnungen von Aufgabe 2 und 3 ändert, wenn man sich jede gezogene Karte anschaut, notiert und dann sofort wieder in den Stapel mischt. Dann wird erst die zweite Karte gezogen, angeschaut, notiert und untergemischt und dann evtl. eine dritte und vierte.

*Es handelt sich dann um „Ziehen mit Zurücklegen“.*

*Da man immer aus einem vollständigen Kartenstapel mit 32 Karten zieht, ändern sich die Wahrscheinlichkeiten im zweiten, dritten …. Zug nicht. Dadurch ändern sich jedoch die Ergebnisse der einzelnen Berechnungen.*